

MASSIMO COMUN DIVISORE (M.C.D.)

Parlando di numeri primi abbiamo appreso come, attraverso la **SCOMPOSIZIONE in FATTORI PRIMI** e applicando il **CRITERIO GENERALE di DIVISIBILITA'** è possibile trovare **TUTTI i DIVISORI di un dato NUMERO**.

Ora vediamo come è possibile trovare i **DIVISORI COMUNI** di **DUE NUMERI**.

Ad esempio prendiamo i numeri:

60 e 90

Vogliamo, cioè, trovare quei numeri per i quali è divisibile sia 60 che 90.

I **DIVISORI** di **60** sono:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

I **DIVISORI** di **90** sono:

1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90

Osservando queste due serie di numeri notiamo chiaramente che:

1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

sono **divisori comuni** ad entrambi i numeri.

Il maggiore di essi è **30** che prende il nome di **MASSIMO COMUN DIVISORE** tra **60** e **90**.

Per indicare che 30 è il massimo comun divisore tra 60 e 90 scriveremo:

M.C.D. (60; 90) = 30

Facciamo un altro esempio.

Vogliamo cercare il **MASSIMO COMUN DIVISORE** tra **8** e **12**.

I **DIVISORI** di **8** sono:

1, 2, 4, 8

I **DIVISORI** di **12** sono:

1, 2, 3, 4, 6, 12

Osservando queste due serie di numeri notiamo chiaramente che:

1, 2, 3, 4

sono **divisori comuni** ad entrambi i numeri.

Il maggiore di essi è **4**, quindi:

$$\text{M.C.D. (8; 12)} = 4$$

In generale, quindi, possiamo dire che il **MASSIMO COMUNE DIVISORE** di due o più numeri è il **MAGGIORE** dei loro **DIVISORI COMUNI**.

Ora facciamo un altro esempio.

Prendiamo i seguenti numeri:

15, 45.

I **DIVISORI** di **15** sono:

1, 3, 5, 15.

I **DIVISORI** di **45** sono:

1, 3, 5, 9, 15, 45.

Pertanto avremo:

$$\text{M.C.D. (15; 45)} = 15.$$

Come possiamo notare il M.C.D. è lo stesso numero 15.

Da ciò possiamo trarre la seguente regola: se dati **due o più numeri**, il **MINORE** è **DIVISORE** di **tutti gli altri**, esso è il **M.C.D.** dei numeri dati.

Consideriamo i numeri 8 e 15 e scriviamo i loro divisori:

8 ha come divisori 1,2,4,8

15 ha come divisori 1,3,5,15

L'unico divisore in comune è 1

Pertanto avremo:

$$\mathbf{M.C.D. (8;15) = 1}$$

E i due numeri 8 e 15 si dicono primi fra loro.

In generale, due numeri che hanno MCD uguale a 1 si dicono primi fra loro.

Attenzione! Non si deve confondere i numeri primi fra loro e i numeri primi.

CALCOLO del MASSIMO COMUN DIVISORE

Abbiamo visto come è possibile calcolare il **MASSIMO COMUN DIVISORE** tra due o più numeri cercando dapprima tutti i divisori dei numeri dati, quindi i divisori comuni a tali numeri, ed infine il maggiore di essi.

Un metodo più semplice per la ricerca del **MASSIMO COMUN DIVISORE** si basa sulla **SCOMPOSIZIONE IN FATTORI PRIMI** dei numeri dati.

Vediamo un esempio.

Supponiamo di voler cercare il **M.C.D.** dei numeri

594, 360, 150

SCOMPONIAMO i tre numeri **IN FATTORI PRIMI**. Avremo:

$$\begin{array}{r|l}
 594 & 2 \\
 297 & 3^2 \\
 33 & 3 \\
 11 & 11 \\
 1 &
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 360 & 2 \times 5 \\
 36 & 2 \\
 18 & 2 \\
 9 & 3^2 \\
 1 &
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 150 & 2 \times 5 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}$$

Quindi possiamo scrivere:

$$594 = 2 \times 3^3 \times 11$$

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$150 = 2 \times 3 \times 5^2$$

A questo punto per trovare il M.C.D. è sufficiente **moltiplicare i FATTORI PRIMI COMUNI**, ciascuno **preso una sola volta, col MINIMO ESPONENTE**.

I fattori primi comuni a tutti e tre i numeri sono **2** e **3**.

2 è presente nei tre numeri con esponente **1** e **3**: il minore, quindi, è **1**.

3 è presente nei tre numeri con esponente **2**, **3** e **1**: il minore è **1**.

Quindi avremo:

$$\text{M.C.D. (594; 360; 150)} = 2 \times 3 = 6$$

Ricapitolando: il **M.C.D. di due o più numeri si ottiene SCOMPONENDO tali numeri in FATTORI PRIMI e moltiplicando i FATTORI PRIMI COMUNI, ciascuno preso una sola volta, con l' ESPONENTE minore.**

Vediamo insieme qualche altro esempio.

Esempi:

M.C.D. (495; 550)

Scomponiamo in fattori primi:

495	5	550	2 x 5
99	3 ²	55	5
11	11	11	11
1		1	

Quindi possiamo scrivere:

$$495 = 3^2 \times 5 \times 11$$

$$550 = 2 \times 5^2 \times 11$$

I fattori primi comuni ad entrambi i numeri sono **5** e **11**.

5 è presente con esponente **1** e **2**: il minore, quindi, è **1**.

11 è presente esclusivamente con esponente **1**.

Quindi:

$$\text{M.C.D. (495; 550)} = 5 \times 11 = 55$$

E ancora:

M.C.D. (144; 156; 180)

Scomponiamo in fattori primi:

144	2 ²	156	2 ²	180	2 x 5
36	2 ²	39	3	18	2
9	3 ²	13	13	9	3 ²
1		1		1	

Quindi possiamo scrivere:

$$144 = 2^4 \times 3^2$$

$$156 = 2^2 \times 3 \times 13$$

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

I fattori primi comuni a tutti e tre i numeri sono **2** e **3**.

2 è presente con esponente **2** e **4**: il minore, quindi, è **2**.

3 è presente con esponente **2** e **1**.

Quindi:

$$\text{M.C.D. (144; 156; 180)} = 2^2 \times 3 = 12$$

Regola per il calcolo del M.C.D.

Per trovare il M.C.D. di due o più numeri si procede in questo modo:

- si scompongono i numeri dati in fattori primi;
- si scrivono le scomposizioni usando le potenze dei fattori;
- si calcola il prodotto dei fattori comuni presi una sola volta con l'esponente minore.